

EJERCICIOS DE REPASO CÁLCULO

Capitalización y actualización simple

Interés Simple Vencido: Intereses = $i \cdot C_0 \cdot t$

$$C_t = C_0 \cdot (1 + i \cdot t)$$

Capitalización IFF

Letras tesoro

$$C_0 = \frac{C_t}{1 + i \cdot t}$$

Descuento Matemático o Racional

Actuación

Descuento Comercial:

$$\text{Descuento} = d \cdot C_t \cdot t$$

$$C_0 = C_t \cdot (1 - d \cdot t)$$

Ej. letra Dto pyme.

$$C_t = \frac{C_0}{1 - i_A \cdot t}$$

Interés Simple Anticipado

Ej. retribución especie

Interés Simple Vencido equivalente a un interés anticipado:

$$i = \frac{i_A}{1 - i_A \cdot t}$$

$$i_A = \frac{i}{1 + i \cdot t}$$

1.- En una cuenta corriente que remunera un interés anual del 1,60% a liquidar mensualmente el saldo medio durante el mes de enero ha sido de 12.524,68€. Los intereses brutos liquidados han sido:

Sol: 17,02€

2.- Si en la cuenta corriente anterior se propone una franquicia no remunerada de 6.000€ y aumentar el interés al 2%, el interés simple vencido al que resulta la operación es:

Sol: 1,042%

3.- Una imposición a plazo fijo (IPF) ha pagado 36,90€ de intereses por un capital de 8.000€ durante el primer trimestre (91 días). Calcular el interés nominal al que está contratada dicha IPF.

Dato anual 365.

Sol: 1,85%

4.- Calcular el descuento que se pagará por un efecto comercial de valor nominal 4.800€ y vencimiento a 64 días si se descuenta a una tasa anual del 6,5%.

Dto comercial 360

Sol: 55,47€

5.- En una operación en que se descuenta un efecto comercial de nominal 4.000€ y vencimiento a los 90 días a una tasa de descuento del 6% anual, el valor efectivo es:

Sol: 3.940€

6.- ¿A qué tipo de interés ha resultado una subasta de Letras del Tesoro a 12 meses con 329 días entre la fecha de liquidación y la de vencimiento por la que se han pagado 981,30€?

Sol: 2,085%

7.- En una subasta de Letras del Tesoro a 12 meses (364 días), ha resultado un interés medio del 2,546%. ¿Cuál es el precio medio a pagar por una Letra?

Sol: 974,90€ o 97,490%

8.- Por una imposición de 5.000€ a 9 meses, se recibe una retribución en especie valorada en 120€ en el instante de efectuarla. ¿Cuál es el interés simple anticipado que paga la entidad y cuál es el interés simple vencido equivalente?

Sol: Interés anticipado 3,20%, Interés vencido equivalente 3,2787%

9.- Si en el momento de efectuar una imposición de 10.000€ a plazo de 18 meses se recibe una bicicleta valorada en 187,50€. ¿A qué tipo de interés simple anticipado resulta la operación?

Sol: 1,25%

10.- ¿Qué es preferible en una inversión a 5 meses, un interés simple vencido del 8% o un interés anticipado del 7,80%?

Sol: Mejor el 7,80% anticipado: Interés vencido equivalente 8,06%

11.- Si un depósito paga un interés simple vencido del 5% anual, ¿cuánto tiempo ha de pasar para duplicar el capital?

Sol: 20 años

Capitalización y actualización compuesta

Interés Compuesto:

$$C_t = C_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{t \cdot k}$$

i : Interés nominal pactado en la operación

$I = \frac{i}{k}$: Interés efectivo correspondiente a un periodo de capitalización

Tanto Efectivo Anual equivalente:

$$I = \left(1 + \frac{i}{k}\right)^k - 1 \quad \text{o} \quad I = \sqrt[k]{\frac{C_t}{C_0}} - 1$$

12.- Calcular el capital final que se obtiene al invertir 6.320€ durante 3 años al 3,20% anual capitalizable semestralmente.

Sol: 6.951,51€

13.- La diferencia entre capitalizar 10.000€ durante 20 años a un 5% nominal acumulable semestralmente o a un 5% acumulable mensualmente es de:

Sol: 27.126,40 – 26.850,64 = 275,76€

14.- ¿Qué cuantía resultaría de capitalizar los mismos 10.000€ durante 20 años a un 5% nominal acumulable diariamente?

Sol: 27.180,96€

15.- Calcular el capital final que se obtiene al invertir 8.430€ durante 1 año y medio al 2,80% anual capitalizable mensualmente.

Sol: 8.791,17€

16.- Calcular los intereses brutos de un depósito a 2 años de 7.360€ que ofrece un interés del 1,30% nominal acumulable semestralmente, si existe una franquicia de 1.000€.

Sol: 166,98€

17.- Se realiza una imposición de 15.342€ en un depósito a 2 años que acumula intereses trimestralmente. Si durante el primer año el interés nominal ha sido del 1,25% y durante el segundo año del 0,85%, el saldo final del depósito es:

Sol: 15.667,14€

18.- Calcular el capital que se habrá acumulado al final de un año por una inversión de 9.000€ que durante el primer semestre ha ofrecido un interés del 1,40% nominal acumulable mensualmente y durante el segundo semestre un 1,50% anual acumulable trimestralmente.

Sol: 9.131,29€

$$i = \frac{i_a}{1 - (1 - i_a)^t}$$

19.- El tanto efectivo semestral y el tanto efectivo anual equivalente a un 6% nominal pagadero semestralmente son, respectivamente:

Sol: Tanto efectivo semestral 3%, Tanto efectivo anual equivalente 6,09%

20.- Los pagos aplazados de una tarjeta de crédito pagan un 1,40% mensual (efectivo mensual). El tanto nominal acumulable mensualmente y el tanto efectivo anual equivalente son, respectivamente:

Sol: Tanto nominal 16,80%, Tanto efectivo anual equivalente 18,16%

21.- Calcular el interés efectivo anual y la TAE de una operación que rinde un 4,50% anual capitalizable mensualmente.

Sol: I=TAE=4,59%

22.- Calcular el interés efectivo anual y la TAE de una operación que ofrece en 6 años y medio una rentabilidad acumulada del 25%.

Sol: I=TAE=3,49%

23.- La TAE de un préstamo de nominal 8.000€ a devolver al año de su concesión mediante un solo pago, pactado a un tanto nominal del 7,5%, con una comisión de apertura del 0,75% sobre el nominal, es:

Sol: TAE=8,312%

24.- Calcular el interés efectivo anual y la TAE de un préstamo de 3.000€ a devolver en un solo pago dentro de 3 meses si se ha pactado un interés nominal del 6,75% acumulable mensualmente.

Sol: I=TAE=6,96%

25.- Calcular el interés efectivo anual y la TAE del préstamo del ejercicio anterior si hay una comisión de apertura del 2% sobre el nominal del préstamo.

Sol: I=6,96%; TAE=15,965%

26.- Calcular el interés efectivo anual y la TAE del préstamo anterior, si la comisión del 2% sobre el nominal se pagase al final del plazo.

Sol: I=6,96%; TAE=15,628%

27.- Calcular el interés efectivo anual y la TAE de un préstamo de 3.000€ a devolver en un solo pago dentro de 3 años, si se ha pactado un interés nominal del 6,75% acumulable mensualmente y hay una comisión de apertura del 2% sobre el nominal.

Sol: I=6,96%; TAE=7,686%

28.- Calcular el interés efectivo anual y la TAE de una inversión en la que un capital de 8.250€ se ha convertido en 9.156€ en un plazo de 743 días, sabiendo que sobre ese capital final se aplica una comisión de reembolso del 3%.

Sol: I=5,25%; TAE=3,69%

29.- Calcular la TAE de una operación que se ha pactado a un interés nominal del 6,75% anual capitalizable trimestralmente.

Sol: TAE=6,923%

30.- Calcular el interés efectivo anual y la TAE de una operación que por un capital de 10.000€ ofrece en 4 años y medio una rentabilidad acumulada del 15%.

Sol: I=TAE=3,155%

31.- Calcular el interés efectivo anual y la TAE de la operación del ejemplo anterior si al vencimiento hay que pagar una comisión de gestión del 1% sobre el capital invertido.

Sol: I=3,155%; TAE=2,955%

Tipos spot y forward

	Mercado monetario (Letras, Pagarés, ...)		Mercado de capitales (Bonos, Obligaciones)
	Vto < 1 año	Vto > 1 año	
Régimen	Interés Simple (Descuento Matemático)	Interés Compuesto	Interés Compuesto
Base	$\frac{\text{Actual}}{360}$		$\frac{\text{Actual}}{\text{Actual}}$

32.- Calcular el precio que hay que pagar por un activo de nominal 2.000€ que vence dentro de 5 años, si se valora a un interés del 2,75% anual.

Sol: 1.746,31€

33.- Calcular el precio que hay que pagar por un activo de nominal 2.000€ que vence dentro de 5 años y 2 meses, si se valora a un interés del 2,75% nominal acumulable mensualmente.

Sol: 1.735,38€

34.- Actualizar a interés compuesto la cantidad de 1.042€ durante 28 días a un interés del 5,34% anual.

Sol: 1.037,85€

35.- Para adquirir hoy un título de nominal 1.000€ con vencimiento a los 2 años y 3 meses, valorado a un interés del 2,53% anual, el precio a pagar será de:

Sol: 945,33€

36.- Calcular el precio que hay que pagar por un activo de nominal 1.000€ y vencimiento dentro de 840 días, si se valora a un interés del 2,40% anual.

Sol: 946,88€

37.- El tipo *spot* de un activo de deuda pública de nominal 1.000€ y vencimiento a los 24 meses, que ha sido comprado por un precio medio de 945,73€ es:

Sol: 2,829%

38.- El tipo *spot* asociado al vencimiento a 2 meses, sabiendo que el precio medio en el mercado es del 99,750%, es del: *INT. SIMPLE*

Sol: 1,504%

39.- Si el precio medio de mercado de un título con vencimiento a los 18 meses es del 94,160%, ¿cuál es el tipo *spot* correspondiente?

Sol: 4,093%

40.- Teniendo en cuenta el tipo *spot* anterior, si además el tipo *spot* para los títulos con vencimiento a 30 meses es del 4,563%, ¿cuál es el tipo *forward* de 18 a 30 meses correspondiente?

Sol: 5,272%

41.- Si el tipo *spot* asociado a un vencimiento de 3 meses es del 3,512%, y el tipo *forward* de 3 a 9 meses es del 3,985%, ¿cuál es el tipo *spot* asociado al vencimiento de 9 meses?

Sol: 3,851%

42.- Calcular el interés *spot* a 6 meses si el precio medio del activo con ese vencimiento en el mercado es del 98,340%:

Sol: 3,376%

43.- Conociendo el interés *spot* a 6 meses del ejemplo anterior y sabiendo que el interés *forward* dentro de 6 meses para un plazo de 1 año y medio es del 3,560%, calcular el interés *spot* a 2 años.

Sol: 3,521%

44.- Del mercado de deuda pública se ha extraído hoy la siguiente información sobre precios a distintos vencimientos:

	Precio actual	Precio a vencimiento
Vencimiento a 3 meses	992,30€	1.000€
Vencimiento a 9 meses	979,34€	1.000€
Vencimiento a 2 años	928,75€	1.000€

- a) Calcular los tipos de interés *spot* a 3 meses, 9 meses y 2 años.
- b) Calcular el tipo de interés *forward* de dentro de 3 meses para un plazo de 6 meses
- c) Calcular el tipo de interés *forward* de dentro de 9 meses para un plazo de 1 año y 3 meses

Sol: $I(0,3)=3,103\%$; $I(0,9)=2,812\%$; $I(0,24)=3,764\%$; $I(3,9)=2,645\%$; $I(9,24)=4,333\%$

Suma financiera y medidas de rentabilidad

45.- Considerando dos deudas pendientes, una de 6.000€ dentro de 1 año y otra de 5.000€ dentro de 4 años y medio, para cancelarlas con un único pago a los 2 años a un interés del 5% anual, deberán pagarse:

Sol: 10.725,85€

46.- Para comprar una máquina se nos presentan dos alternativas: pagar al contado 2.000€ o pagar 2.000€ dentro de 5 años y 1.000€ dentro de 10 años. Si hacemos la valoración a un 10% anual, ¿cuál es la opción más económica para la empresa?:

Sol: En la primera opción pagamos 2.000€; en la segunda el equivalente a 1.627,39€

47.- Una persona adquiere unos títulos por 8.250€. Al cabo de 1 año recibe unos dividendos de 195€, y a los 2 años de 210€. Si vende los títulos a los 3 años por 9.600€ y paga en ese momento 40€ en concepto de gastos, la ecuación que permite determinar la TIR, i , de la inversión es:

$$\text{Sol: } 8.250 + \frac{40}{(1+i)^3} = \frac{195}{(1+i)^1} + \frac{210}{(1+i)^2} + \frac{9.600}{(1+i)^3}$$

48.- La TIR de la inversión anterior es:

Sol: 6,643%

49.- Considerando la inversión anterior, si los dividendos se reinvierten a una tasa del 0,5% anual, el capital final obtenido, teniendo en cuenta los gastos, es:

Sol: 9.968,00€

50.- Considerando la inversión anterior, si los dividendos se han reinvertido a una tasa del 0,5% anual, la tasa de rentabilidad efectiva de la operación ha sido:

Sol: 6,509%

51.- Una emisión de Bonos del Estado a 3 años paga un cupón anual del 3,50%, se emite al 98,200% y se amortiza por su nominal. Calcular la rentabilidad simple:

Sol: 12,525% en 3 años

52.- Considerando los datos de la emisión anterior, si en estos tres años la inflación acumulada es del 10%, calcular la rentabilidad real:

Sol: 2,295% en 3 años

53.- Considerando los datos de la emisión anterior, si los cupones se reinvierten al 0%, calcular la TRE:

Sol: 4,012%

54.- Con los mismos datos de la emisión anterior, la TIR de la emisión es:

Sol: 4,150%

55.- Con los mismos datos de la emisión anterior, calcular la TRE, suponiendo que los cupones anuales se reinvierten al 1% efectivo anual.

Sol: 4,045%

56.- El valor de liquidación de un Fondo de inversión en distintas fechas ha sido:

1-1-2011: 14,20€

1-1-2012: 15,84€

1-1-2013: 15,10€

1-7-2013: 15,91€

Calcular las rentabilidades simples para cada uno de los periodos:

Sol: Año 2011: 11,55%. Año 2012: -4,67%. Semestre 2013: 5,36%

57.- Con los datos del ejercicio anterior, calcular la tasa geométrica de rentabilidad o rentabilidad media anual del Fondo en esos 2 años y medio:

Sol: 4,653%

58.- Queremos comparar la gestión de dos fondos durante los últimos tres años, y sabemos que el primero ha obtenido rentabilidades del +30%, 0% y -30% durante cada uno de ellos; el segundo ha obtenido rentabilidades del 1%, -1% y -2%, para cada uno de los ejercicios. ¿Qué fondo ha obtenido mejor rendimiento medio anual?

Sol: El primero ha obtenido un -3,095%; el segundo un -0,007%

Valoración de rentas constantes

Renta temporal, constante, inmediata, postpagable:

Valor actual:

$$V_0 = a \cdot \frac{\left(1 + \frac{i}{k}\right)^n - 1}{\left(1 + \frac{i}{k}\right) \cdot \frac{i}{k}} = a \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{-n}}{\frac{i}{k}} = a \cdot \frac{1 - (1 + I)^{-n}}{I}$$

Renta perpetua:

$$V_0 = \frac{a}{\frac{i}{k}} = \frac{a}{I}$$

Valor final:

$$V_F = a \cdot \frac{\left(1 + \frac{i}{k}\right)^n - 1}{\frac{i}{k}} = a \cdot \frac{(1 + I)^n - 1}{I}$$

59.- Calcular el valor actual de una renta temporal, inmediata y postpagable de 600€ trimestrales durante 6 años a un interés del 5% anual pagadero trimestralmente.

Sol: 12.374,54€

60.- Calcular el valor actual de la renta del ejemplo anterior en el caso de que la renta fuera prepagable.

Sol: 12.529,22€

12374,54 \cdot \left(1 + \frac{0,05}{4}\right)^6 \uparrow

ESTADÍSTICA BÁSICA

Medidas de tendencia:

Media aritmética: $\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$

Esperanza matemática: $E(x) = p_1 \cdot x_1 + \dots + p_n \cdot x_n$

Medidas de dispersión:

Varianza: $\sigma_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$

$$\sigma_x^2 = p_1 \cdot (x_1 - E(x))^2 + \dots + p_n \cdot (x_n - E(x))^2$$

Desviación estándar: $\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{\text{Varianza}}$

Medidas de relación:

Covarianza: $\sigma_{x,y} = \frac{(x_1 - \bar{x}) \cdot (y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x}) \cdot (y_n - \bar{y})}{n}$

Coeficiente de correlación: $\rho_{x,y} = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\text{Covarianza}_{x,y}}{\text{Desv}_x \cdot \text{Desv}_y}$

Recta de regresión: $y = a + b \cdot x$

Coeficientes: $b = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x^2} = \frac{\text{Covarianza}_{x,y}}{\text{Varianza}_x}$, $a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$

68.- En la siguiente tabla aparecen las rentabilidades anuales obtenidas durante un periodo de 5 por BBVA y el IBEX:

	IBEX	BBVA
1	18,20%	19,17%
2	31,79%	24,70%
3	7,32%	-11,83%
4	-39,43%	-43,78%
5	29,84%	53,47%

Con esos valores, determinar las rentabilidades medias respectivas, las varianzas y las desviaciones estándar respectivas, la covarianza y el coeficiente de correlación y los coeficientes a y b y la recta de regresión.

Sol: Rentabilidades medias respectivas: 9,544% , 8,346%

61.- Calcular la cuota de un préstamo de 170.000€ a amortizar durante 20 años en cuotas constantes mensuales y vencidas (préstamo sistema francés) a un interés del 3,60% nominal pagadero mensualmente.

Sol: 994,69€

62.- Calcular el valor actual de una renta diferida 4 meses y prepagable de 38 cuotas mensuales de 450€ al 3% nominal pagadero mensualmente.

Sol: 16.171,87€

63.- Calcular el capital final acumulado en una cuenta que se ha abierto con una aportación inicial de 3.500€ y en la que se realizarán aportaciones vencidas cada mes de 800€ durante 4 años, si paga un interés nominal del 3,40% acumulable mensualmente.

Sol: 45.080,62€

64.- Se ha iniciado con una aportación de 10.000€ un plan de jubilación que garantiza un interés del 2% nominal acumulable mensualmente, con el objetivo de alcanzar al cabo de 18 años un capital de 150.000€. Si durante dicho plazo se piensan realizar aportaciones mensuales y vencidas, calcular el importe de la mensualidad que permite alcanzar el objetivo.

Sol: 522,33€

65.- Un título de deuda perpetua pagará un cupón anual de 9€ desde dentro de un año. Si el tanto de valoración es del 12% anual, calcular el valor hoy de ese título. Y si el título pagase el cupón sólo durante 50 años, sin amortización final, ¿cuál sería su valoración hoy?

Sol: 75€

Sol: 74,74€

66.- Calcular el precio de un Bono cuyo próximo cupón se pagará dentro de 3 meses si ofrece un cupón anual del 3,75% y el vencimiento es dentro de 4 años y 3 meses, amortizándose por su nominal. El interés de valoración es del 2,85% anual.

Sol: P=106,36%

67.- Calcular el valor actual de una renta perpetua de 60€ mensuales a un interés del 8% nominal pagadero mensualmente.

Sol: 9.000€

Varianzas respectivas: 0,0677 , 0,1109

Desviaciones estándar respectivas: 26,020% , 33,302%

Covarianza: 0,0794

Coeficiente de correlación: 0,9166

Coeficientes a y b, respectivamente: -2,85 , 1,173

Recta de regresión: $y = -2,85 + 1,173 \cdot x$

69.- Si se consideran tres posibles escenarios para la evolución del mercado, uno desfavorable, uno neutro y otro favorable, con unas probabilidades respectivas del 50%, del 30% y del 20%, y las rentabilidades esperadas para cada uno de los escenarios son del -5%, del 5% y del 12%, la rentabilidad esperada es del:

Sol: 1,40%

70.- La varianza y la desviación estándar son, respectivamente:

Sol: Varianza 0,004684, Desviación estándar 6,844%

